

УДК 519.6:532:533

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ СЖИМАЕМЫХ СРЕД С КОНТАКТНЫМИ ГРАНИЦАМИ НА ОСНОВЕ МЕТОДА CIP-CUP НА АДАПТИВНЫХ SOROBAN-СЕТКАХ

А.А. Аганин, Т.С. Гусева

Аннотация

Для численного решения задач с ударными волнами и контактными границами типа газ – сжимаемая жидкость применяется методика на основе метода CIP-CUP без явного выделения контактных границ. Более ранний вариант методики рассчитан на использование декартовых сеток, модифицированный вариант ориентирован на неструктурированные Soroban-сетки. Сравниваются решения, полученные на равномерных стационарных сетках и динамически-адаптивных Soroban-сетках. Показано, что Soroban-сетки позволяют получить аналогичные по точности численные решения при значительно меньшем числе узлов.

Ключевые слова: метод CIP-CUP, равномерные стационарные сетки, адаптивные Soroban-сетки, ударные волны, контактная граница

1. Введение

Задачи контактного взаимодействия сжимаемых сред (газа, жидкости), в которых границы контакта могут претерпевать значительные деформации, а свойства взаимодействующих сред сильно различаются, являются одними из наиболее сложных для численного моделирования. В качестве примера можно привести задачу о схлопывании кавитационного пузырька вблизи твердой стенки, возникающую в рамках исследований кавитационного разрушения. При численном моделировании подобных задач взаимодействия, характеризующихся сильными деформациями межфазных границ, применение лагранжевых или эйлерово-лагранжевых методов с явным выделением границ контакта сопровождается значительными трудностями при построении сеток. В данной ситуации становится актуальным использование эйлерова подхода, который не требует явного выделения границ раздела сред. Но при таком подходе становится проблематичным применение традиционных консервативных методов расчета сжимаемых сред, хорошо описывающих динамику нелинейных возмущений (например, метода С.К. Годунова), из-за появления нефизичных осцилляций давления вблизи межфазных границ [1]. Таким образом, необходим метод расчета, позволяющий в рамках эйлерова подхода сквозным образом рассчитывать динамику контактирующих сжимаемых сред с существенно различными свойствами.

Ранее авторами была реализована методика расчета, основанная на сквозном вычислении ударных волн и контактных разрывов методом CIP-CUP (Constrained Interpolation Profile - Combined Unified Procedure) [2] с использованием декартовых стационарных разнесенных сеток [3, 4]. Данная методика была использована для расчета задач несферической динамики пузырька вблизи стенки, в которых межфазная граница была криволинейной, сильно деформировалась, быстро и значительно перемещалась. Приходилось использовать густые равномерные сетки или

неравномерные сетки со сгущением в большой части расчетной области, что приводило к значительным затратам компьютерного времени. Очевидно, для рассматриваемых задач с ударными волнами, перемещающимися контактными границами, а также их взаимодействием более предпочтительны адаптивные сетки, сгущающиеся в окрестности больших градиентов решения и разреженные в областях, где градиенты решения малы. При этом важно, чтобы использование таких сеток не было ограничено трудностями, связанными с их деформацией и движением. В работе [5] был предложен способ дискретизации расчетной области неструктурированной Soroban-сеткой и соответствующая модификация метода SIP-CUP. В настоящей работе приведены основные положения методики расчета на основе метода SIP-CUP и результаты тестовых расчетов с применением Soroban-сеток и равномерных стационарных сеток.

2. Математическая модель

В случае двух контактирующих сред – газа и жидкости – для определения текущего положения контактной границы при ее сквозном расчете, как и в [6], водится функция-идентификатор φ . Предполагается, что $0 \leq \varphi \leq 1$: в области жидкости $\varphi = 1$, в области газа $\varphi = 0$, а в малой окрестности их контактной границы φ непрерывна и монотонно меняется от 0 до 1. Изменение пространственного распределения функции φ описывается уравнением переноса

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \varphi = 0, \quad (1)$$

где \mathbf{u} – локальная скорость среды.

Динамика газа и жидкости без учета эффектов вязкости и теплопроводности описывается системой уравнений Эйлера, записанных относительно переменных плотность ρ , скорость \mathbf{u} и давление p

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \rho &= -\rho \nabla \cdot \mathbf{u}, \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} &= -\frac{\nabla p}{\rho}, \\ \frac{\partial p}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) p &= -\rho C_S^2 \nabla \cdot \mathbf{u}, \end{aligned} \quad (2)$$

скорость звука $C_S = \varphi C_{S1} + (1 - \varphi) C_{S2}$, $C_{Si} = \sqrt{\Gamma_i(p + B_i)/\rho}$, $i = 1, 2$, Γ_1, B_1 – константы уравнения состояния Тэта для жидкости и $\Gamma_2 = \gamma, B_2 = 0$ для газа (γ – показатель адиабаты).

3. Методика решения

Численное решение системы уравнений (2) осуществляется путем расщепления на конвективную и неконвективную части. Конвективная часть аппрокимируется следующим образом

$$\frac{\rho^* - \rho^n}{\Delta t} + (\mathbf{u}^n \cdot \nabla) \rho^n = 0, \quad \frac{\mathbf{u}^* - \mathbf{u}^n}{\Delta t} + (\mathbf{u}^n \cdot \nabla) \mathbf{u}^n = 0, \quad \frac{p^* - p^n}{\Delta t} + (\mathbf{u}^n \cdot \nabla) p^n = 0, \quad (3)$$

а неконвективная – следующим

$$\frac{\rho^{n+1} - \rho^*}{\Delta t} = -\rho^* \nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1}, \quad \frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^*}{\Delta t} = -\frac{\nabla p^{n+1}}{\rho^*}, \quad \frac{p^{n+1} - p^*}{\Delta t} = -\rho^* C_S^{2*} \nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1}. \quad (4)$$

Для расчета набора уравнений переноса (1), (3) применяется метод SIP [6] – один из вариантов полулагранжевых методов. В этих методах на каждом временном шаге требуется определить положение и характеристики лагранжевой частицы, которая придет в рассматриваемый узел эйлеровой сетки. В частности, решение уравнения

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)f = 0$$

записывается в виде Лагранжева инварианта $f(\mathbf{x}, t) = f(\mathbf{x}', t - \Delta t)$, где \mathbf{x}' – координаты частицы среды в момент $t - \Delta t$, которая, перемещаясь со скоростью \mathbf{u} , попадает в момент t в точку \mathbf{x} . Точка \mathbf{x} совпадает с узлом сетки, в то время как \mathbf{x}' – в общем случае нет. Таким образом, на каждом временном шаге для всех узлов сетки нужно определить положение отправных точек \mathbf{x}' и значение $f(\mathbf{x}', t - \Delta t)$. Чтобы найти $f(\mathbf{x}', t - \Delta t)$, в ячейке, в которой оказалась точка \mathbf{x}' , строится интерполяционный профиль с использованием значений f в узлах этой ячейки. Конкретный вариант метода SIP определяется условиями, задаваемыми при построении интерполяционного профиля. Эти условия выбираются таким образом, чтобы получаемая схема обладала некоторыми желаемыми свойствами, такими, например, как малые диффузия и дисперсия, отсутствие осцилляций, консервативность.

Для расчета неконвективной части (4) применяется идеология методов MAC [7] или SMAC [8], обобщенная на случай учета сжимаемости. Давление определяется из уравнения вида

$$\frac{p^{n+1} - p^*}{\rho^* C_S^2 \Delta t^2} = \nabla \cdot \left(\frac{\nabla p^{n+1}}{\rho^*} \right) - \frac{\nabla \cdot \mathbf{u}^*}{\Delta t}. \quad (5)$$

Чтобы избежать существенных ограничений на временной шаг в случае слабосжимаемых сред, это уравнение решается неявно методом последовательной верхней релаксации. После расчета давления вычисляются скорость и плотность. Эта процедура (Unified Procedure [2]) является универсальной для расчета течений с широким диапазоном сжимаемости среды. Кроме того, она эффективна на контактных границах с перепадом плотности более чем в 1000 раз.

Метод SIP-CUP не является консервативным, поэтому при решении задач с ударными волнами в алгоритм расчета добавляется стадия

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{n+1} &= \mathbf{u}_{\text{невязк}}^{n+1} + \Delta t^n \mathbf{Q}_u, \\ p^{n+1} &= p_{\text{невязк}}^{n+1} + \Delta t^n Q_p, \end{aligned}$$

где $\mathbf{u}_{\text{невязк}}^{n+1}$ и $p_{\text{невязк}}^{n+1}$ – результат неконвективной “невязкой” стадии (4),

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_u &= -\frac{1}{\rho} \nabla q_v, \quad Q_p = -(\kappa - 1) q_v \nabla \cdot \mathbf{u}, \\ q_v &= c_v \rho (-C_S \Delta \mathbf{U} + \frac{\kappa + 1}{2} \Delta \mathbf{U}^2), \quad \Delta \mathbf{U} = \min(0, \lambda \nabla \cdot \mathbf{u}), \\ \kappa &= \varphi \Gamma_1 + (1 - \varphi) \Gamma_2, \quad c_v = \varphi c_{v,1} + (1 - \varphi) c_{v,2}, \end{aligned}$$

$c_{v,1}, c_{v,2}$ – коэффициенты искусственной вязкости для жидкости и газа, $\lambda = (\Delta x \Delta y)^{1/2}$, $\Delta x, \Delta y$ – локальные шаги сетки [5].

В своих первоначальных версиях метод SIP-CUP был ориентирован на использование декартовых стационарных разнесенных сеток. Но, как уже отмечалось во введении, в задачах с ударными волнами и быстро изменяющимися контактными границами более предпочтительны динамически-адаптивные сетки. В [5] предложен способ дискретизации расчетной области посредством неструктурированной

Soroban-сетки (от япон. *soroban* – счеты). С одной стороны, при отсутствии связей между узлами в виде ячеек возникают ограничения для использования разнесенных сеток. С другой стороны, отсутствие таких связей освобождает от ограничений, обусловленных деформациями сетки.

Вид двумерной Soroban-сетки показан на рис. 1 а. Она представляет собой набор узлов, расположенных на направляющих линиях, параллельных, например, оси Ox . Для адаптации сетки к решению используется монитор-функция M , которая в одномерном случае имеет вид

$$M(x, t) = \min \left(\sqrt{1 + \alpha \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2} + \beta \left| \frac{\partial^2 f}{\partial^2 x} \right|, M_{\max} \right), \quad x \in [x_S, x_E].$$

Здесь f – какой-либо параметр решения, например, плотность, x_S, x_E – координаты начала и конца отрезка, на котором строится сетка. Положительные константы α, β регулируют рост функции M в областях с резким изменением параметра f или его производной $\partial f / \partial x$, соответственно, M_{\max} – константа, определяющая соотношение максимального и минимального шагов сетки. Узлы сетки сгущаются в окрестностях максимумов функции M . На каждом временном шаге строится новая сетка, адаптирующаяся к особенностям решения. Количество и положение направляющих (могут перемещаться вдоль оси Oy) и узлов может изменяться.

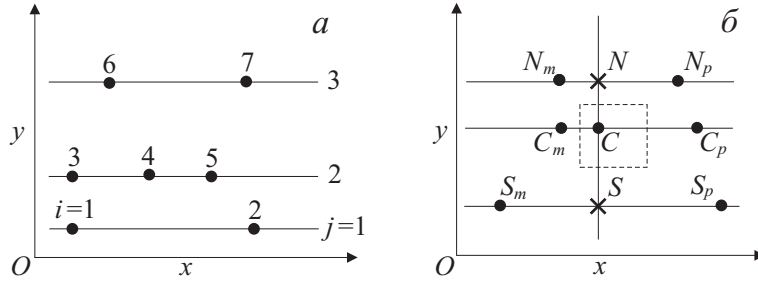


Рис. 1. Двумерная Soroban-сетка, j – номер линии, i – номер узла (а). Особенности дискретизации на Soroban-сетке (б). Символы \bullet – узлы сетки, символы \times – точки, в которых значения требуемых параметров решения определяются интерполяцией. Узел C – центральный узел шаблона

Координаты новой сетки определяются из условия, что приращение функции

$$I(x, t) = \int_{x_S}^x M(x, t) dx$$

на каждом отрезке будущей сетки из N^{n+1} узлов равно одному и тому же значению. Тогда координата i -го узла новой сетки

$$x_i^{n+1} = I^{-1} \left(i \frac{I(x_E)}{N^{n+1} - 1} \right).$$

Поскольку I – монотонно возрастающая функция, значения обратной функции I^{-1} могут быть получены линейной интерполяцией с использованием значений I в узлах старой сетки. Количество узлов сетки определяется как

$$N^{n+1} = \text{int} \left(\frac{I(x_E)}{\Delta x_{\max}} \right) + 1,$$

где $\text{int}()$ – округленное до целого числа значение, Δx_{\max} – заданный максимальный шаг сетки. Если функция M принимает везде минимальное значение (равное 1), то строится равномерная сетка с шагом Δx_{\max} . При построении неравномерной сетки минимальный шаг вычисляется как $\Delta x_{\min} = \Delta x_{\max}/M_{\max}$.

В двумерном случае монитор-функция имеет вид

$$M(x, y, t) = \sqrt{1 + \alpha \left(\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 \right) + \beta \left(\left| \frac{\partial^2 f}{\partial^2 x} \right| + \left| \frac{\partial^2 f}{\partial^2 y} \right| \right)},$$

где $x \in [x_S, x_E]$, $y \in [y_S, y_E]$. При построении Soroban-сетки сначала определяются новые позиции линий y_j^{n+1} с использованием одномерной функции

$$M^y(y, t) = q \max_{x_S \leq x \leq x_E} M(x, y, t) + (1 - q) \frac{1}{x_E - x_S} \int_{x_S}^{x_E} M(x, y, t) dx, \quad 0 \leq q \leq 1.$$

Затем для каждой новой линии y_j^{n+1} определяются новые позиции узлов.

В [5] предложена также соответствующая модификация метода SIP-CUP, в частности, построение конечно-разностных аппроксимаций производных на адаптивной неструктурированной неразнесенной Soroban-сетке имеет некоторые особенности. Производные по x в узле C (рис. 1 б) аппроксимируются центральными разностями на неравномерной сетке с использованием узлов C, C_p, C_m . Для построения конечно-разностных аппроксимаций производных по y в узле C требуются значения расчетных параметров в точках S и N . Для их определения применяется SIP-интерполяция. Кроме того, аппроксимация отношения $\nabla p/\rho$ в узле C (рис. 1 б) для второго уравнения из (4) строится подобно аппроксимации на разнесенных сетках. При этом используется линейная комбинация значений $\nabla p/\rho$ на гранях контрольного объема (показан штриховой линией), проходящих через середины интервалов между рассматриваемым узлом и соседними узлами. Кроме того, аппроксимация дивергенции скорости в узле C в уравнении (5) строится с использованием значений компонент скорости на гранях контрольного объема. Требуемые значения параметров в серединах интервалов между узлами сетки также определяются с использованием SIP-интерполяции.

4. Результаты расчетов

Далее приводится сравнение описанных методик расчета на примерах задач о распаде плоского и цилиндрического разрывов на границе жидкость – газ с высоким давлением. Решения получены с использованием старой методики на основе SIP-CUP на стационарных равномерных разнесенных сетках, с использованием новой методики на основе модификации SIP-CUP на неразнесенных адаптивных Soroban-сетках. Для сравнения новая методика применялась также в сочетании с равномерными стационарными неразнесенными сетками.

4.1. Распад плоского разрыва на границе сильно сжатый газ – жидкость. В начальный момент времени газ ($\gamma = 1.4$) и жидкость ($\Gamma = 7.15$, $B = 3072$ бар) покоятся ($u = 0$), а давление на плоской контактной границе $x_0 = 1200$ м терпит разрыв. В области газа ($x < x_0$): $p = 10^4 \cdot p_0$, $\rho = 0.72 \cdot \rho_0$, $\varphi = 0$, в области жидкости ($x > x_0$): $p = p_0 = 1$ бар, $\rho = \rho_0 = 10^3$ кг/м³, $\varphi = 1$.

На рис. 2 представлено точное решение этой задачи и результаты расчетов, полученные в области $0 \leq x \leq 3000$ м с применением стационарных равномерных

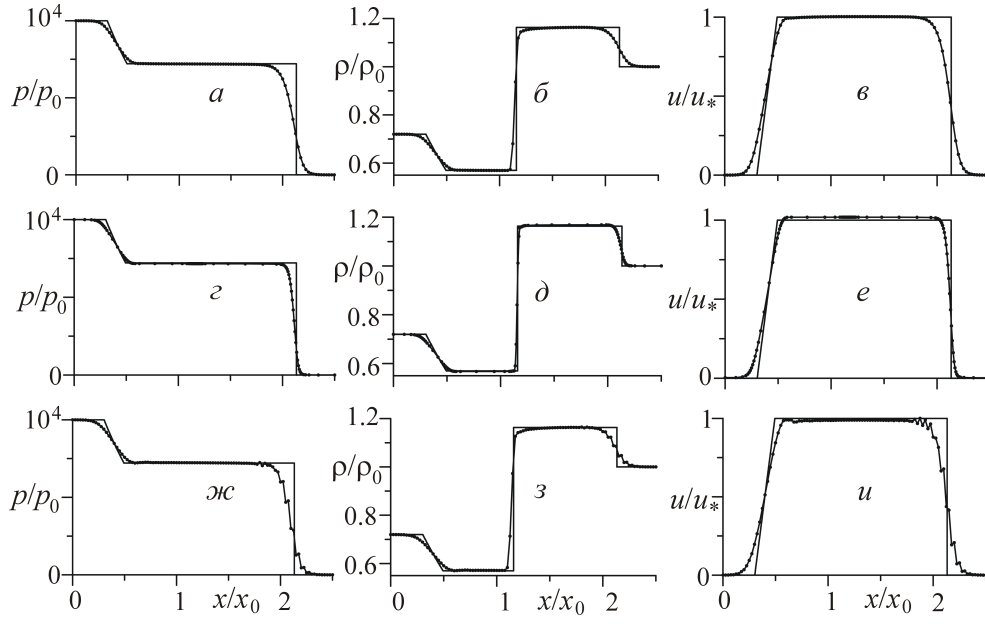


Рис. 2. Пространственные распределения давления, плотности и скорости при $t = 0.6$ с в задаче о распаде плоского разрыва на границе $x = x_0$ между сильно сжатым газом и жидкостью, полученные по старой методике на равномерной разнесенной сетке (а–в) и по новой методике на неразнесенной Soroban-сетке (z–e) и на неразнесенной равномерной сетке (ж–и). Кривые без символов – аналитическое решение, кривые с символами • – численное решение (символы соответствуют узлам сеток), $u_* = 318.17$ м/с

разнесенной и неразнесенной сеток из 100 узлов с шагом $\Delta x = 30$ м, а также на одномерной Soroban-сетке с минимальным шагом $\Delta x_{\min} = \Delta x/3$ и максимальным шагом $\Delta x_{\max} = 7 \cdot \Delta x$, $\alpha = 0.6$, $\beta = 0.3$. При расчете на Soroban-сетке начальное распределение параметров можно задавать на равномерной сетке. В данном случае оно задавалось на равномерной сетке из 200 узлов. При этом начальная область разрыва, к которому адаптируется Soroban-сетка, имеет меньшую ширину, чем если бы начальные данные задавались на сетке из 100 узлов, что положительно сказывается на качестве решения. Расчеты проводились при $c_{v,1} = 0.4$, $c_{v,2} = 0$.

При использовании явных схем шаг по времени обычно выбирают из условия устойчивости Куранта. В одномерном случае его можно вычислить по формуле

$$\Delta t^n = k_{\text{CRT}} \min \left[\frac{\Delta x}{(|u^n| + C_S^n)} \right],$$

где $\min[]$ – минимальное значение во всей расчетной области, k_{CRT} – число Куранта. Условие Куранта не имеет отношения к устойчивости схемы CIP-CUP, но параметр k_{CRT} удобно использовать при выборе шага по времени. Например, в [4] показано, что при использовании CIP-CUP с $k_{\text{CRT}} > 1$ для расчета задач с ударными волнами может возникать чрезмерное размывание их фронта. В данном случае расчеты на равномерных сетках проводились при $k_{\text{CRT}} = 0.2$, на Soroban-сетке – при $k_{\text{CRT}} = 0.6$. Шаг по времени в обоих случаях составлял около $2 \cdot 10^{-3}$ с.

В результате распада разрыва возникают ударная волна, уходящая в область жидкости, и волна разрежения, распространяющаяся в область газа. Контактный

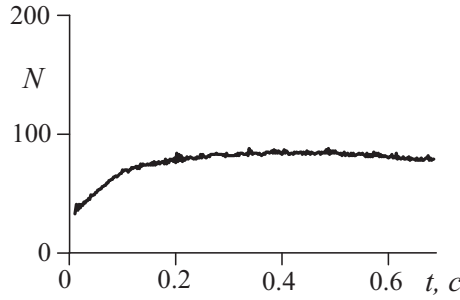


Рис. 3. Изменение количества узлов Soroban-сетки при расчете распада разрыва на границе сильно сжатый газ–жидкость

разрыв следует за ударной волной. Как видно, в случае использования новой методики на Soroban-сетке (рис. 2 *г–е*) достигается наилучшее согласование с точным решением, особенно в окрестности ударной волны и контактного разрыва. Soroban-сетка сгущается в окрестности волны разрежения, ударной волны и контактного разрыва, разрежена в промежуточных областях. При этом количество ее узлов на протяжении всего расчета остается меньше 90 (рис. 3). В численном решении, полученном с применением старой методики на равномерной разнесенной сетке из 100 узлов (рис. 2 *а–в*) ударная волна и контактный разрыв размыты заметно больше. Применение же новой методики на равномерной сетке оказывается наименее эффективным (рис. 2 *ж–и*): возникает сильная немонотонность на фронте ударной волны.

4.2. Распад цилиндрического разрыва на границе сильно сжатый газ – жидкость (цилиндрический взрыв в жидкости). В начальный момент времени внутри цилиндрической области (области взрыва) с радиусом $r < 450$ м находится газ с $p = 10^4 \cdot p_0$, $\rho = 0.72 \cdot \rho_0$, $\gamma = 1.4$, $\varphi = 0$, а снаружи этой области – жидкость с $p = p_0 = 1$ бар, $\rho = \rho_0 = 10^3$ кг/м³, $\Gamma = 7.15$, $B = 3072$ бар, $\varphi = 1$. Газ и жидкость неподвижны ($\mathbf{u} = 0$). В цилиндрических координатах данная задача является одномерной (ее решение зависит лишь от радиальной координаты r), но в данном случае она решалась в двумерной постановке. Расчетная область $0 \leq x \leq 3000$ м, $0 \leq y \leq 3000$ м, центр области, занятой газом, полагался в точке $x_0 = 1500$ м, $y_0 = 1500$ м.

Важные с вычислительной точки зрения особенности решения данной задачи в промежутке времени $0 \leq t \leq 0.33$ с характеризует рис. 4. Здесь приведены профили давления, плотности и скорости, рассчитанные с применением старой методики на разнесенной стационарной декартовой сетке достаточного разрешения 400×400 , $k_{\text{CRT}} = 0.4$, где

$$\Delta t^n = k_{\text{CRT}} \min \left[\frac{1}{(|\mathbf{u}^n| + C_S^n)} \left(\frac{1}{\Delta x} + \frac{1}{\Delta y} \right)^{-1} \right]. \quad (6)$$

Использовалась искусственная вязкость с $c_{v,1} = 0.4$, $c_{v,2} = 0$. В результате распада разрыва на контактной границе возникают цилиндрическая радиально расходящаяся в жидкости ударная волна и цилиндрическая радиально сходящаяся в газе волна разрежения. Контактный разрыв движется за ударной волной. Представленный промежуток времени охватывает процесс фокусировки в центре газовой области и отражения от него сходящейся волны разрежения. В данной задаче амплитуда сходящейся волны разрежения со временем возрастает, а амплитуда расходящейся

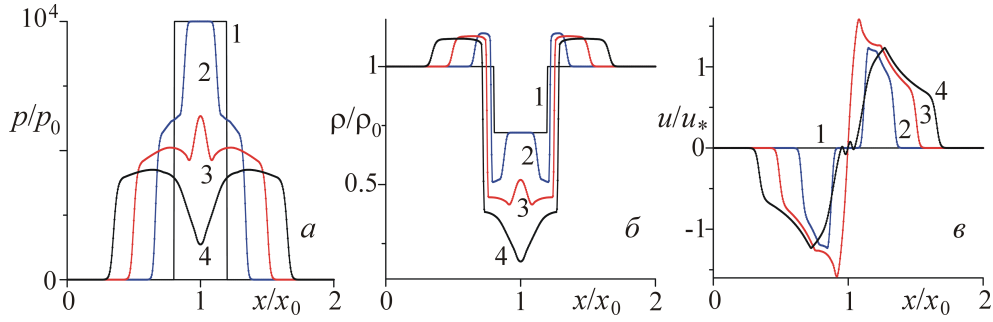


Рис. 4. Задача о цилиндрическом взрыве в жидкости. Профили давления (а), плотности (б) и скорости (в) в сечении $y = y_0$ в моменты времени $t = 0$ (кривые 1), $t = 0.1$ с (кривые 2), $t = 0.22$ с (кривые 3) и $t = 0.33$ с (кривые 4), $x = x_0$ соответствует центру области взрыва, $u_* = 318.2$ м/с – скорость контактной границы при распаде аналогичного плоского разрыва

ударной волны, наоборот, убывает, тогда как при распаде аналогичного плоского разрыва они остаются постоянными. Кроме того, скачок плотности на контактной границе при распаде цилиндрического разрыва с течением времени заметно возрастает.

На рис. 5 представлены результаты расчетов этой задачи с применением стационарных декартовых разнесенных и неразнесенных равномерных сеток, а также Soroban-сетки. Использовались равномерные сетки из 100×100 узлов с $\Delta x = \Delta y = 30$ м и из 400×400 узлов с $\Delta x = \Delta y = 30/4$ м, Soroban-сетка с $\Delta x_{\min} = 30/4$ м, $\Delta x_{\max} = 8 \cdot 30$ м ($\alpha = 1.1$, $\beta = 0.73$, $q = 1$). Символы \bullet и $+$ в профилях плотности на рис. 5 в, е, и соответствуют узлам сеток. Расчеты проводились при $k_{\text{CRT}} = 0.4$ (6). Шаг по времени составлял примерно $2 \cdot 10^{-3}$ на сетке 100×100 и примерно $5.5 \cdot 10^{-4}$ на сетке 400×400 и Soroban-сетке. При использовании Soroban-сетки начальное распределение параметров в расчетной области задавалось на равномерной сетке из 400×400 узлов, изолинии плотности на рис. 5 д получены интерполяцией на равномерную сетку 400×400 .

Измельчение равномерной сетки, как видно на рис. 5 а–в, приводит к большей цилиндрической симметрии в решении, уменьшению ширины размытого фронта расходящейся ударной волны и контактного разрыва. При использовании Soroban-сетки численное решение (рис. 5 д, е) получается близким к решению, рассчитанному с применением старой методики на равномерной сетке из 400×400 узлов (рис. 5 б, в). В частности, близкими оказываются положение и ширина размывания фронта ударной волны и контактной границы, цилиндрическая симметрия в решениях. Лишь в небольшой окрестности центра фокусировки волны разрежения, как видно по профилям плотности (рис. 5 в, е), решение на Soroban-сетке оказывается менее точным (более близко к решению на равномерной сетке 100×100). При этом за счет сильного разрежения Soroban-сетки в областях, где решение изменяется мало, число ее узлов не превышает 200×200 на протяжении почти всего расчета (рис. 6). Наконец, в численном решении, полученном с применением новой методики на равномерной неразнесенной сетке, в частности, на сетке 100×100 , цилиндрическая симметрия задачи заметно нарушена (рис. 5 ж), изменение плотности в области ударной волны немонотонно (рис. 5 и). При измельчении сетки эти особенности становятся менее выраженными.

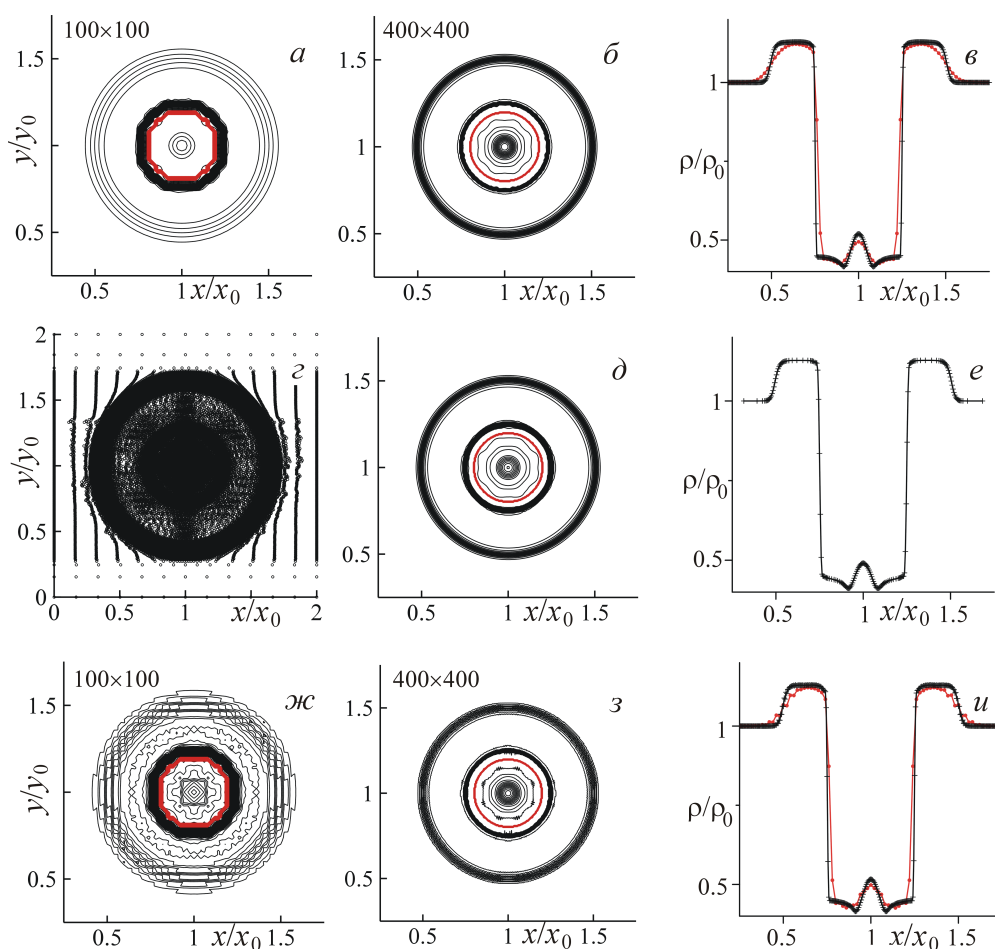


Рис. 5. Задача о цилиндрическом взрыве в жидкости. Результаты расчетов по старой методике на разнесенной равномерной декартовой сетке (верхний ряд), по новой методике на неразнесенной Soroban-сетке (средний ряд) и неразнесенной равномерной декартовой сетке (нижний ряд) в момент $t = 0.219$ с: (а, б, д, ж, з) – изолинии плотности, красные кривые – начальная граница газовой области; (в, е, и) – профили плотности в сечении $y = y_0$; (г) – вид Soroban-сетки. На (в, и) кривые с символами \bullet получены на сетке 100×100 , кривые с символами $+$ – на сетке 400×400

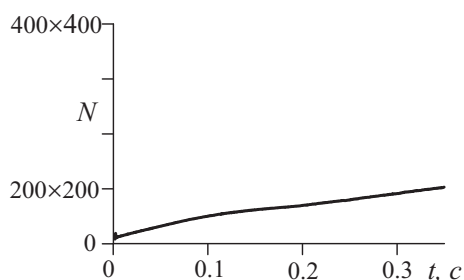


Рис. 6. Изменение количества узлов Soroban-сетки при расчете задачи о цилиндрическом взрыве в жидкости

5. Заключение

На некоторых задачах о распространении волн в неоднородной среде с контактной границей типа газ – сжимаемая жидкость продемонстрирована эффективность модификации метода CIP-CUP с применением динамически адаптивных Soroban-сеток. С этой целью сравнивались решения, полученные с использованием метода CIP-CUP на стационарной разнесенной равномерной сетке и модификации этого метода на неразнесенных сетках: динамически адаптивной Soroban-сетке и стационарной равномерной сетке. Показано, что применение модификации метода CIP-CUP на динамически адаптивной Soroban-сетке позволяет при использовании существенно меньшего, чем на разнесенной равномерной сетке, числа узлов получить удовлетворительное решение. Применение же модификации метода CIP-CUP на неразнесенной равномерной сетке может приводить к возникновению нефизических немоноктонностей в решении.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (14-01-97004 p_поволжье_а).

Summary

A.A. Aganin, T.S. Guseva. Numerical simulation of dynamics of compressible media with contact boundaries based on the CIP-CUP method with adaptive Soroban-grids.

Some problems with shock waves and contact boundaries of the gas-compressible liquid type are solved by using a technique based on the CIP-CUP method without explicit separation of the contact interfaces. An earlier variant of the technique was oriented to utilizing Cartesian grids, the present modified one is intended for unstructured Soroban-grids. Solutions obtained on the uniform stationary grids are compared to those computed on the dynamically adaptive Soroban-grids. It has been shown that the Soroban-grids allow one to attain numerical solutions of similar accuracy with significantly less number of the grid cells.

Key words: (CIP-CUP method, uniform stationary grids, adaptive Soroban-grids, shock waves, contact boundaries)

Литература

1. *Karni S.* Multicomponent flow calculation by a consistent primitive algorithm // J. Comput. Phys. – 1994. – V. 112, No 1. – P. 31–43.
2. *Yabe T., Wang P.Y.* Unified numerical procedure for compressible and incompressible fluid // J. Phys. Soc. Japan. – 1991. – V. 60, No 7. – P. 2105–2108.
3. *Аганин А.А., Гусева Т.С.* Численное моделирование контактного взаимодействия сжимаемых сред на эйлеровых сетках // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. – 2012. – Т. 154, кн. 4. – С. 74–99.
4. *Аганин А.А., Гусева Т.С.* Расчет контактного взаимодействия сжимаемых сред без явного выделения межфазных границ // Вестник Башкирского Университета. – 2013. – Т. 18, № 3. – С. 646–661.
5. *Takizawa K., Yabe T., Tsugawa Y., Tezduyar T.E., Mizoe H.* Computation of free-surface flows and fluid-object interactions with the CIP method based on adaptive meshless Soroban grids // Comput. Mech. – 2007. – V. 40, No 1. – P. 167–183.
6. *Yabe T., Xiao F., Utsumi T.* The constrained interpolation profile method for multiphase analysis // J. Comput. Phys. – 2001. – V. 169, No 2. – P. 556–593.
7. *Harlow F.H., Welch J.E.* Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow with free surface // Phys. Fluids. – 1965. – V. 8. – P. 2182–2189.

8. *Amsden A.A., Harlow F.H.* A simplified MAC technique for incompressible fluid flow calculations // J. Comput. Phys. – 1970. – V. 6, No 2. – P. 322–325.

Аганин Александр Алексеевич – д.ф.-м.н., профессор, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт механики и машиностроения Казанского научного центра Российской академии наук, заведующий лабораторией

E-mail: *aganin@kfti.knc.ru*

Гусева Татьяна Сергеевна – к.ф.-м.н., Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт механики и машиностроения Казанского научного центра Российской академии наук, старший научный сотрудник

E-mail: *ts.guseva@mail.ru*